

**DIMENSI PARTISI PADA GRAF $C_m * K_n$, GRAF $C_m[P_n]$,
DAN GRAF t -FOLD WHEEL**



oleh

Mizan Ahmad

M0112056

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA**

2017

DIMENSI PARTISI PADA GRAF $C_m * K_n$, GRAF $C_m[P_n]$, DAN GRAF
 t -FOLD WHEEL

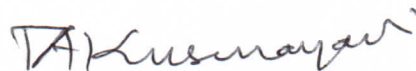
SKRIPSI

MIZAN AHMAD

NIM M0112056

dibimbing oleh

Pembimbing

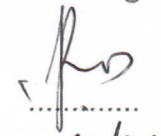
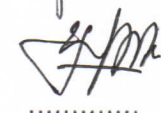
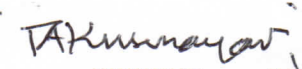


Prof. Drs. Tri Atmojo K., M.Sc., Ph.D.

NIP. 19630826 198803 1 002

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji
dan dinyatakan memenuhi syarat
pada hari Senin, 9 Maret 2017.

Dewan Penguji

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dra. Mania Roswitha, M.Si. NIP. 19520628 198303 2 001		24-03-2017
Sekretaris	Vika Yugi Kurniawan, S.Si., M.Sc. NIP. 19870701 201504 1 001		23-03-2017
Penguji	Prof. Drs. Tri Atmojo K., M.Sc., Ph.D. NIP. 19630826 198803 1 002		18-03-2017

Disahkan

di Surakarta pada tanggal 24 MAR 2017

Kepala Program Studi Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Sebelas Maret



Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.

NIP.19681110 199512 1 001

ABSTRAK

Mizan Ahmad, 2017. DIMENSI PARTISI PADA GRAF $C_m * K_n$, GRAF $C_m[P_n]$, DAN GRAF t -FOLD WHEEL. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Diberikan G adalah graf terhubung dengan himpunan *vertex* $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan himpunan *edge* $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. *Vertex-vertex* tersebut dibagi menjadi k -partisi, dinotasikan dengan S_1, S_2, \dots, S_k . Himpunan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ adalah himpunan k -partisi teratur. Representasi untuk setiap *vertex* $V(G)$ terhadap Π adalah jarak minimum dari suatu *vertex* ke S_i dengan $1 \leq i \leq k$, dinotasikan dengan $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$. Jika setiap *vertex* memiliki representasi yang berbeda, maka Π disebut partisi pembeda dengan k -partisi pembeda. Kardinalitas minimum dari k -partisi pembeda terhadap $V(G)$ disebut dimensi partisi dari G , dinotasikan dengan $pd(G)$. Dalam penelitian ini ditentukan dimensi partisi pada kelas graf $C_m * K_n$, graf $C_m[P_n]$, dan graf t -fold wheel.

Diperoleh hasil penelitian, yaitu dimensi partisi untuk graf $C_m * K_n$, $C_m[P_n]$, dan t -fold wheel. Untuk graf $C_m * K_n$, diperoleh $pd(C_m * K_n) = n$ untuk $m, n \geq 3$. Untuk graf $C_m[P_n]$, diperoleh $4 \leq pd(C_m[P_n]) \leq 2n - 2$, dengan "=" dicapai hanya jika $n = 2$, $m \geq 4$ dan $n > 4$, $m = 4$. Untuk graf t -fold wheel, diperoleh $t \leq pd(W_n^t) \leq t + 1 + \lceil 2 \log(\frac{n+t}{t}) \rceil$, untuk $n \geq 3$ dan $t \geq 1$.

Kata Kunci: Dimensi partisi, graf $C_m * K_n$, graf $C_m[P_n]$, graf t -fold wheel

ABSTRACT

Mizan Ahmad, 2017. ON THE PARTITION DIMENSION OF $C_m * K_n$ GRAPH, $C_m[P_n]$ GRAPH, AND t -FOLD WHEEL GRAPH. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Let G be a connected graph with a vertex set $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ and an edge set $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. Those vertices are divided into k -partition, denoted by S_1, S_2, \dots, S_k . Set of $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ be an ordered set of k -partition. The representation for every vertex $V(G)$ with respect to Π is a minimum distance of a vertex to S_i with $1 \leq i \leq k$, denoted by $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$. If every vertex has distinct representation, Π is called a resolving k -partition. Minimum cardinality of a resolving k -partition of $V(G)$ is called the partition dimension of G , denoted by $pd(G)$. In this research, we determine partition dimension of a $C_m * K_n$ graph, a $C_m[P_n]$ graph, dan a t -fold wheel graph.

We obtain the partition dimension of $C_m * K_n$, $C_m[P_n]$, and t -fold wheel. For $C_m * K_n$, we obtain $pd(C_m * K_n) = 3$ for $m, n \geq 3$. For $C_m[P_n]$, we found $4 \leq pd(C_m[P_n]) \leq 2n - 2$, with "=" accomplished only if $n = 2$, $m \geq 4$ and $n > 4$, $m = 4$. For t -fold wheel, we found $t \leq pd(W_n^t) \leq t + 1 + \lceil^2 \log(\frac{n+t}{t}) \rceil$.

Keywords : Partition dimension, $C_m * K_n$ graph, $C_m[P_n]$ graph, t -fold wheel graph

PERSEMBAHAN

Karya ini kupersembahkan untuk
Universitas Sebelas Maret.

MOTO

*Senyummu di hadapan saudaramu (sesama muslim) adalah
(bernilai) sedekah bagimu.
(H.R. Tirmidzi)*

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim,

Segala puji bagi Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam selalu dihaturkan kepada Nabi Muhammad SAW. Penulis menyadari bahwa terwujudnya skripsi ini berkat dorongan, dukungan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menghaturkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini, terutama kepada

1. Prof. Drs. Tri Atmojo Kusmayadi, M.Sc. Ph.D. sebagai Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan motivasi sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini, dan
2. Meta Ilafiani sebagai teman diskusi dalam materi dimensi partisi.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pembaca.

Surakarta, Maret 2017

Penulis

DAFTAR ISI

PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
<i>ABSTRACT</i>	iv
PERSEMBAHAN	v
MOTO	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR NOTASI	xi
 I PENDAHULUAN	 1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Manfaat Penelitian	3
 II LANDASAN TEORI	 4
2.1 Tinjauan Pustaka	4
2.2 Landasan Teori	5
2.2.1 Pengertian Dasar Graf	5
2.2.2 Operasi pada Graf	7
2.2.3 Kelas-Kelas Graf	9
2.2.4 Dimensi Partisi	12
2.3 Kerangka Pemikiran	14

III Metode Penelitian	16
IV PEMBAHASAN	17
4.1 Dimensi Partisi pada Graf $C_m * K_n$	17
4.2 Dimensi Partisi pada Graf $C_m[P_n]$	18
4.3 Dimensi Partisi pada Graf t -Fold Wheel	20
V PENUTUP	24
5.1 Kesimpulan	24
5.2 Saran	24
DAFTAR PUSTAKA	25

DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf G	6
2.2	Graf G_1 isomorfik dengan graf G_2	7
2.3	Graf G_3 , graf G_4 , graf $G_4 \times G_3$, dan graf $G_3 + G_4$	8
2.4	Graf G , graf H , dan graf $G * H$	8
2.5	Graf P_2 , graf P_3 , graf $P_3[P_2]$, dan graf $P_2[P_3]$	9
2.6	Graf <i>complete</i> K_n untuk $n = 1, 2, 3, 4$	10
2.7	Graf P_n untuk $n = 2, 3$	10
2.8	Graf C_n untuk $n = 3, 4$	10
2.9	Graf <i>wheel</i>	11
2.10	Graf $C_m * K_n$	11
2.11	Graf $C_m[P_n]$	11
2.12	Graf <i>2-fold wheel</i> dan graf <i>3-fold wheel</i>	12
2.13	Graf $C_4[P_2]$	13

DAFTAR NOTASI

G	: graf G
\overline{G}	: komplemen graf G
u, v	: <i>vertex</i>
e	: <i>edge</i>
$V(G)$: himpunan <i>vertex</i> dari graf G
$E(G)$: himpunan <i>edge</i> dari graf G
$ V(G) $: banyaknya <i>vertex</i> dari graf G (<i>order</i>)
$ E(G) $: banyaknya <i>edge</i> dari graf G (<i>size</i>)
S_i	: kelas partisi ke- i
$ S_i $: kardinalitas dari kelas partisi ke- i
$d(u, v)$: jarak dari <i>vertex</i> u ke v pada graf G
$d(v, S)$: jarak dari <i>vertex</i> v terhadap himpunan bagian S pada graf G
\in	: anggota
$\lfloor \cdot \rfloor$: pembulatan ke bawah (<i>flooring</i>)
Π	: partisi pembeda
$ \Pi $: kardinalitas dari partisi pembeda
$r(v \Pi)$: representasi jarak setiap <i>vertex</i> v terhadap Π
$pd(G)$: dimensi partisi pada graf G
C_m	: graf <i>cycle</i> ber- <i>order</i> m
K_n	: graf lengkap ber- <i>order</i> n
P_n	: graf lintasan ber- <i>order</i> n
ϕ	: pemetaan
\cong	: isomorfik
\cup	: gabungan (<i>union</i>)
$+$: operasi <i>join</i>
\times	: operasi <i>product</i>
$*$: operasi amalgamasi <i>vertex</i>

W_n	:	graf <i>wheel</i> ber-order n
W_n^t	:	graf <i>t-fold wheel</i> ber-order $n + t$
$G_1 \cong G_2$:	G_1 isomorfik dengan G_2
$G_1 \cup G_2$:	graf hasil operasi gabungan G_1 dan G_2
$G_1 + G_2$:	graf hasil operasi <i>join</i> G_1 dan G_2
$G_1 \times G_2$:	graf hasil operasi <i>product</i> G_1 dan G_2
$C_m * K_n$:	graf hasil operasi amalgamasi vertex C_m ber-order m dan K_n ber-order n
$C_m[P_n]$:	graf hasil operasi komposisi C_m ber-order m dan P_n ber-order n